

## TUBO DE PITOT E ESTIMATIVA DE VAZÃO: CRÍTICA DA NORMA ISO 3966

Nome do autor principal<sup>(1)</sup>

**Marcos Tadeu Pereira**<sup>(1)</sup>

Professor Doutor em Engenharia Mecânica pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Professor de Mecânica dos Fluidos da Escola Politécnica. Área de concentração: mecânica dos fluidos, medição de vazão e escoamento de fluidos.

**Daniel Masiero Nering**<sup>(2)</sup>

Engenheiro Mecânico pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

**Danyllo de Lima Guedes**<sup>(3)</sup>

Engenheiro naval pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

**Olavo Alberto Prates Sachs**

Engenheiro Sanitarista – PUCC; Engenheiro de Segurança do Trabalho – FAAP; MBA em Administração para Engenheiros – MAUA; Mestrado em Tecnologia Ambiental – IPT

**Adauto Luiz Souza da Silva**

Técnico mecânico, técnico em Sistema de Saneamento – Sabesp - MAGG

**Andre Luiz dos Santos**

Engenheiro Eletrico, encarregado – Sabesp – MAGG

**Endereço**<sup>(1)</sup>: Marcos Tadeu Pereira. Escola Politécnica da USP, Av Prof Mello Moraes 2231, São Paulo. Cep 05508-030. (11) 97675-9011. e-mail: [marcospereira@usp.br](mailto:marcospereira@usp.br)

### RESUMO

Este artigo trata de problemas na estimativa de incerteza do método mais usado no setor de saneamento para a calibração de macromedidores de vazão: o Tubo de Pitot. Seu uso é normalizado pela norma ISO 3966 - *Medição de vazão em condutos fechados - Método velocimétrico utilizando tubos de Pitot estático*. A norma é bem estruturada e aponta diversas hipóteses e restrições ao uso do método, que nem sempre podem ser ou são levados em consideração pelo usuário, e permite em alguns pontos interpretações dúbias, especialmente na avaliação de incertezas. Neste artigo serão discutidos esses pontos e apontadas algumas possíveis interpretações que podem auxiliar o entendimento da estimativa de incerteza.

**PALAVRAS-CHAVE:** Tubo de Pitot; incerteza de medição de vazão; ISO 3966

### INTRODUÇÃO

Empresas de saneamento controlam água e esgoto: isso significa que a própria existência da empresa se baseia em e depende de medir corretamente os fluxos de água e esgoto em sua área de ação. Empresas de saneamento devem prestar contas de quanta água retiram de corpos de água, de quanta água conseguem disponibilizar para seus consumidores, de quanta água chega de fato ao usuário final e quanta água é perdida nesse processo. Existem aí questões ambientais, econômicas, financeiras, de saúde pública e, em última análise, da existência da sociedade.

Nesse contexto conhecer as vazões corretas nas diversas redes e tubulações é uma atividade fundamental para esse tipo de empresas e a atividade técnica de **medição de vazão** fornece suporte para o controle de todas as questões relativas ao trânsito da água nas empresas de saneamento, impactando diretamente o gerenciamento dos recursos hídricos, financeiros e de imagem das empresas. A Sabesp estabeleceu um plano de longo prazo de aperfeiçoamento do método de calibração de todos os seus medidores de vazão de grande porte, que compreende um sistema avançado de gerenciamento metrológico por meio de planilha ativa, o desenvolvimento de novos métodos de análise de incerteza (como o mostrado nesse artigo), a investigação de novos métodos experimentais de calibração de grandes medidores de vazão em campo (como, por exemplo, o uso de medidores de vazão do tipo ultrassônico “clamp on” em rotação na seção de testes), a pesquisa de medição de vazão redundante e seu efeito na diminuição da incerteza expandida e o uso de simulações de

escoamento com dinâmica dos fluidos computacional (CFD) para verificar as possibilidades de correção de incertezas em função do perfil de velocidades no interior de tubulações.

Toda vez que se fala em medição, é imprescindível falar da incerteza associada à medição. Toda medição, de qualquer grandeza, tem que ter associada a uma incerteza, a faixa de variação da validade dos resultados: uma coisa é expressar um resultado de vazão como sendo  $2,13 \pm 0,04 \text{ m}^3/\text{s}$  (incerteza de 1,9%), outra coisa é falar de  $2,13 \pm 0,08 \text{ m}^3/\text{s}$  (incerteza de 3,8%): se esta for a vazão média, pode-se estar falando de incerteza de volume transferido de  $\pm 1,3$  milhões de  $\text{m}^3$  de água ou de  $\pm 2,5$  milhões de  $\text{m}^3$  ao longo de um ano. Essa diferença é algo que preocupa qualquer administrador.

## PORQUE MEDIR VAZÃO POSSUI INCERTEZA ELEVADA

Como é do conhecimento, a vazão (designada pela letra  $Q$ , expressa em  $\text{m}^3/\text{s}$  neste artigo) é uma grandeza com níveis altos de incerteza quando comparada com outras grandezas do interesse da engenharia (como por exemplo pressão, comprimento, tempo, etc.). Isso ocorre tanto pela inexistência de padrões primários em medição de vazão, quanto porque a vazão é uma grandeza dinâmica (volume dividido por tempo) e que, como tal, sofre variações com o tempo de medição e, ainda mais importante, depende de como o escoamento se estabelece no interior da tubulação. As incertezas em medição de vazão geralmente são uma ordem de grandeza maiores que para outras variáveis de processo.

Muito raramente se deparam com incertezas inferiores a 1% na medição de vazão em processos no setor de saneamento. Mesmo quando um determinado princípio de medição permite incertezas inferiores a esta, como, por exemplo, quando se utilizam medidores eletromagnéticos ou ultrassônicos de diversos feixes (com diâmetro igual ao da tubulação), estes medidores têm que ser calibrados de tempos em tempos nas condições de campo, seja porque pode ser praticamente impossível a retirada para calibração, seja porque o escoamento é muito perturbado nas condições reais, diferindo muito das condições controladas nos laboratórios. Escoamentos mais perturbados no campo introduzem efeitos e incertezas diferentes daqueles obtidos em laboratório.

Na indústria de saneamento a calibração em campo de medidores fixos de grande porte (eletromagnéticos, Venturis, ultrassônicos) é geralmente feita com o uso de tubos de Pitot, quase sempre Pitots do tipo Cole, sendo um procedimento bastante comum e que usa um princípio físico bem conhecido e aparentemente simples. O tubo de Pitot usa a equação de Bernoulli, derivada, por exemplo, de uma simplificação da equação de Navier-Stokes.

Nesse caso, a vazão é definida a partir da velocidade média na tubulação:

$$Q = V \cdot A$$

Onde

$$[Q] = \text{m}^3/\text{s}$$

$$[V] = \text{m}/\text{s} \text{ velocidade média na seção transversal}$$

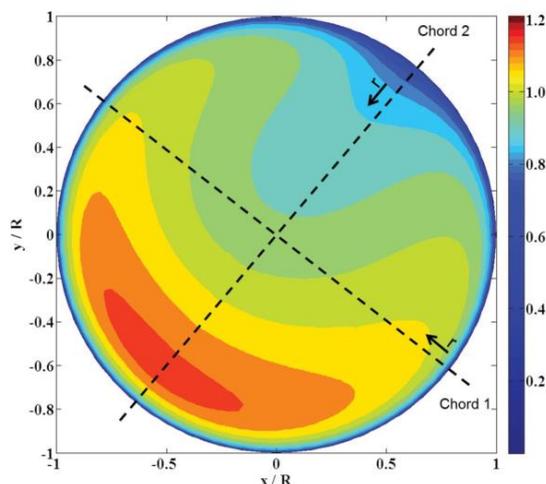
$$[A] = \text{m}^2 \text{ área da seção transversal}$$

Nesta equação reside uma das origens das **incertezas elevadas** em diversos processos de medição de vazão: a obtenção da velocidade média é feita a partir de considerações matemáticas que extrapolam o valor da velocidade média na tubulação a partir de medições pontuais de velocidade (10 pontos em cada traverse, por exemplo) em dois diâmetros de uma seção transversal da tubulação. As considerações matemáticas estão embutidas em sistematizações feitas por normas como a ISO 3966.

A medição de velocidades pontuais pode introduzir incertezas elevadas, pois o campo de velocidades do escoamento pode apresentar uma grande complexidade devido a singularidades nas proximidades da seção de medição.

A figura abaixo mostra um exemplo ilustrativo desta discussão. Nesta figura está apresentado um campo de velocidades simulado por CFD e dois possíveis traverses de medição com o tubo de Pitot. É notório que as velocidades pontuais em pontos distintos em cada traverse podem ser bem diferentes e o valor da velocidade média do escoamento poderá apresentar erros de grande magnitude, não passíveis de serem contabilizados

adequadamente sem uma estimativa do campo de velocidades e sua correção. Este é o **efeito da distorção** do campo de velocidades.



**Figura 1 Representação de campo de velocidades em um escoamento. Se as posições do traverse dos Pitots forem representadas pelas linhas tracejadas, qualquer que seja o método matemático definido pela norma, o valor resultante da velocidade média calculada estará afetado de uma incerteza elevada.**

Neste tema que trata da distorção de perfis de velocidade deve ser mencionado que mesmo as distâncias entre as singularidades a montante e a jusante da seção de medição são questionáveis em parte. Há relatos na literatura que para tubulações com diâmetros superiores a 1 metro, os valores preconizados pelas normas são insuficientes para garantir perfis de velocidade plenamente desenvolvidos. Para curvas reversas no espaço (dois cotovelos de 90° em planos ortogonais), 120 diâmetros de distância foram insuficientes para consumir o rotacional gerado, em uma tubulação de diâmetro grande. Possivelmente isso tem a ver com o fato de a rugosidade relativa ser muito pequena numa tubulação de 1,5m de diâmetro em relação à rugosidade relativa numa tubulação de 400mm de diâmetro: a rugosidade pequena na tubulação maior não consegue consumir energia do rotacional gerado pelas curvas da tubulação.

Na mecânica dos fluidos que trata de escoamentos incompressíveis, como o de água, quando se conhece o campo de velocidades se conhece tudo sobre o escoamento, como a análise da equação de Navier Stokes permite enxergar. A equação de Navier-Stokes para **escoamentos incompressíveis com viscosidade constante**, para o eixo coordenado na direção x (axial) é expressa por:

$$\rho g_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

(onde u, v e w são as componentes da velocidade nos eixos coordenados)

Observe que se a viscosidade  $\mu$  for considerada desprezível, com regime permanente e se considerarmos igualmente desprezíveis as componentes v e w das velocidades nos outros eixos coordenados, estas simplificações resultam na equação de Bernoulli, com  $u=V$  (velocidade média na linha de corrente da aplicação da equação):

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + z_2$$

Da aplicação desta equação em uma linha de corrente que termine na tomada de pressão total de um tubo de Pitot resulta a equação que permite o cálculo da velocidade em cada uma das posições dos traverses:

$$V_1 = \sqrt{\frac{2(P_2 - P_1)}{\rho}}$$

Observe a quantidade de simplificações que foi necessária para chegar ao resultado da velocidade em cada ponto de medição em um traverse: partiu-se da equação de Navier-Stokes simplificada com as hipóteses de escoamento incompressível com viscosidade constante, depois simplificou-se ainda mais a equação de N-S com as hipóteses de viscosidade nula, regime permanente e componentes nulas de velocidade fora da direção axial, para se obter a equação de Bernoulli. Ao tomar a equação de Bernoulli para o cálculo da velocidade, simplifica-se mais uma vez, considerando agora que houve uma desaceleração isoentrópica (ou seja, sem perda de energia) entre os pontos 1 e 2 de uma linha de corrente finalizada na tomada de pressão total do tubo de Pitot.

Cada vez que se efetua uma simplificação, presume-se que se está perdendo alguma informação na modelagem matemática do problema, teoricamente se distanciando da solução correta.

Deve ser lembrado também que a equação da velocidade obtida para o tubo de Pitot ainda deve sofrer uma correção. O Pitot deve ser calibrado em laboratório e é então introduzido um fator de correção chamado Coeficiente de Descarga ( $C_D$ ) próprio para cada tubo de Pitot utilizado e que varia com o número de Reynolds do escoamento. O  $C_D$  corrige efeitos da construção e do comportamento da ponta do Pitot em situações reais, e também introduz uma incerteza no cálculo da velocidade e consequentemente da vazão.

Mas não termina aí: o nosso ponto de partida, a equação de Navier-Stokes, que acreditamos “resolver” a mecânica dos fluidos, até hoje não possui solução analítica. O Instituto Clay, de matemática (e que distribui uma espécie de prêmio Nobel da Matemática) lista 6 problemas de matemática que até hoje não foram resolvidos e oferece um prêmio de US\$ 1 milhão para cada problema solucionado. Um dos seis problemas é simplesmente mostrar que a equação de Navier-Stokes tem solução: nem precisa resolver. Observe-se, portanto, a ironia: a base de nossos cálculos se dá em uma equação que não sabemos resolver analiticamente e que a rigor, ainda nem se provou que possui solução!

Associado à equação de Navier-Stokes há um outro problema: **turbulência**. Qual é a importância da turbulência no cálculo da vazão? A norma ISO 3966 apresenta algum tratamento simplificado para considerar na incerteza o efeito da turbulência. Mas turbulência é outro assunto muito difícil.

Richard Feynman (prêmio Nobel de Física) disse que “turbulência é o mais importante problema não resolvido da física moderna. Parece que Heisenberg (também prêmio Nobel, e criador da física quântica) teria dito ou repetido:” Quando eu encontrar Deus, vou perguntar duas coisas: Porque (Teoria da) Relatividade? E porque Turbulência? Eu realmente acredito que ele vai ter resposta para a primeira questão.”

Realmente ainda hoje não se sabe muito a respeito de como o fenômeno da turbulência influencia a medição de vazão, e como modelar a incerteza que o fenômeno introduz no cálculo da vazão.

Finalmente, se tem uma situação onde o medidor padrão, ou de referência, utilizado é o tubo de Pitot, com incertezas da ordem de 2,0% a 2,5%, enquanto o medidor sendo calibrado pode ser, por exemplo, um eletromagnético, com incertezas potencialmente na faixa de 0,5%. O medidor padrão possui incerteza de medição 4 a 5 vezes pior que o medidor sendo calibrado, enquanto as normas de calibração indicam que a situação deveria ser ao contrário, com o medidor de referência sendo tendo incerteza no mínimo 4 vezes melhor que o medidor sendo calibrado. Mas esse é o caso em que a situação assim exige: não há maneiras, aparentemente, melhores para levantar a curva de calibração de medidores de grande porte, que a utilização de um tubo de Pitot como padrão.

Como se viu neste apanhado simplificado, determinar a incerteza da medição de vazão possui muitos motivos para se obter valores elevados, o que nem sempre fica claro para os executores da atividade e para os níveis de gerência que devem analisar e utilizar os resultados.

## A ISO 3966 E A ESTIMATIVA DE INCERTEZA NA VAZÃO

A ISO 3966 trata do cálculo da medição de vazão utilizando tubo de Pitot. Apresenta adicionalmente um método para a estimativa da incerteza da vazão.

Deve-se mencionar que a primeira norma ISO para estimativa de incerteza (de qualquer variável), a ISO 5168, é de 1978 e trata exatamente de incerteza em medição de vazão. Isso mostra que já havia necessidade de normalizar a estimativa de incerteza em vazão, devido à importância financeira e técnica do assunto: a crise do petróleo aumentou o preço do óleo, seguido de novas descobertas de gás natural, que passou a ser uma importante fonte de energia doméstica e industrial. Muitos gasodutos começaram a cruzar a Europa vindos da União Soviética e do mar do Norte, e cruzam inúmeras vezes várias fronteiras. Erros de medição passaram a ser importantes: o fluido era caro e um país poderia comprar uma certa quantidade por meio de medidores de vazão na fronteira, e vender logo adiante outro volume em fronteira com outros países. Pequenas incertezas já fariam diferença entre um balanço no vermelho ou lucro.

Atualmente não só óleo e gás são importantes, mas a escassez de água afeta a todos e o controle é fundamental.

## O EQUACIONAMENTO BÁSICO

Na seção que aborda a metodologia de incerteza de vazão da norma ISO 3966, deve ser ressaltada a ausência de um método para a estimativa da incerteza da **velocidade de descarga**. Determinar esta incerteza é essencial para estimar a incerteza de vazão, pois a vazão é obtida pela multiplicação da velocidade de descarga pela área, e constitui um grande problema se passar despercebido, o que geralmente ocorre.

A seção 13.5.1 da norma apresenta um método para estimação da incerteza da velocidade local  $v_i$  e já na seção seguinte 13.5.2 é apresentado a incerteza da vazão, sem citar nenhum apontamento para a estimativa da incerteza da velocidade de descarga. Como o assunto nem é mencionado na norma, abre possibilidades para proposição de alguma metodologia para determinar esta incerteza.

Normalmente se utiliza o método log-linear ou Chebyshev na determinação das posições de medição ao longo de um traverse (geralmente é realizada a medição em dois traverses). E por meio de um tubo de Pitot, são medidas as velocidades locais  $v_i$  (em cada posição do Pitot), determinando-se assim o perfil de velocidades. A partir destas medições, velocidade de descarga (ou seja, a velocidade média do escoamento) é determinada pela média de todas velocidades locais  $v_i$  (com exceção da velocidade central).

$$v_i = C_d \sqrt{\frac{2\Delta p_i}{\rho}}$$

$$V_{desc} = \frac{v_1 + v_2 + \dots + v_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n v_i}{n}$$

$$Q = AV_{desc}$$

## DESENVOLVIMENTO DE UMA METODOLOGIA PARA ESTIMATIVA DA INCERTEZA DA VELOCIDADE DE DESCARGA A PARTIR DA ISO 3966

Para estimar a incerteza da vazão, é necessário determinar a incerteza de todas variáveis que compõe o método log-linear, lembrando que  $Q = f(V_{desc}, C_d, \Delta p_i, \rho, A, outras)$ , onde “outras” são outras incertezas que são descritas na norma (turbulência, flutuação lenta de velocidade, etc.). E é necessário, portanto, calcular a incerteza da velocidade de descarga.

Nesta situação da ausência da formulação da incerteza da velocidade de descarga, utiliza-se a formulação segundo as regras gerais de formulação de incerteza:

$$\sigma_{V_{desc}} = \left[ \left( \frac{1}{n} \right)^2 * u^2(v_1) + \left( \frac{1}{n} \right)^2 * u^2(v_2) + \dots + \left( \frac{1}{n} \right)^2 * u^2(v_n) \right]^{1/2}$$

Deve-se voltar agora ao tópico 13.6.1 da norma ISO 3966, que mostra que a incerteza de cada velocidade local é calculada por:

$$\sigma_{V_i} = \left[ \frac{1}{4} \left( \frac{\sigma_{\Delta p}}{\Delta p} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_f}{v} \right)^2 + \frac{1}{4} \left( \frac{\sigma_\rho}{\rho} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_c}{v} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_t}{v} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_g}{v} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_\phi}{v} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_b}{v} \right)^2 \right]^{1/2}$$

Onde:

$\sigma_{\Delta p}$ : desvio padrão resultante do erro (**aleatório** e **sistemático**) na pressão diferencial

$\sigma_f$ : desvio padrão resultante do erro (**sistemático**) da densidade

$\sigma_{\Delta p}$ : desvio padrão resultante do erro (**aleatório**) devido a flutuações lentas de velocidades

$\sigma_c$ : desvio padrão resultante do erro (**sistemático**) da calibração do tubo de Pitot

$\sigma_t$ : desvio padrão decorrente do erro (**sistemático**) devido a oscilações de alta frequência de velocidade e turbulência

$\sigma_g$ : desvio padrão resultante do erro (**sistemático**) devido ao gradiente de velocidade

$\sigma_\phi$ : desvio padrão resultante do erro (**sistemático**) devido à inclinação do tubo de Pitot para a direção do fluxo

$\sigma_b$ : desvio padrão resultante do erro (**sistemático**) devido ao efeito de bloqueio

Observar que as classificações de erros aleatórios e sistemáticos são dadas pela norma ISO 3966.

Seguindo estritamente a norma ISO 3966, é calculada a incerteza da vazão:

$$Q = A * V_{desc}$$

$$\sigma_Q = \left[ \left( \frac{\sigma_{V_{desc}}}{V_{desc}} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_i}{Q} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_l}{Q} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_A}{A} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_p}{Q} \right)^2 \right]^{1/2}$$

$\sigma_{\Delta p}$ : desvio padrão resultante do erro (**aleatório** e **sistemático**) na pressão diferencial

$\sigma_f$ : desvio padrão resultante do erro (**sistemático**) da densidade

$\sigma_{\Delta p}$ : desvio padrão resultante do erro (**aleatório**) devido a flutuações lentas de velocidades

$\sigma_c$ : desvio padrão resultante do erro (**sistemático**) da calibração do tubo de Pitot

$\sigma_t$ : desvio padrão decorrente do erro (**sistemático**) devido a oscilações de alta frequência de velocidade e turbulência

E finalmente, a incerteza expandida da vazão é dada por:

$$U(Q) = 2 * \sigma_Q$$

Acima foi estabelecido de maneira clara a sequência de equações a serem aplicadas na estimativa da incerteza da vazão, chamando atenção especificamente para o cálculo da incerteza da velocidade de descarga,  $\sigma_{V_{desc}}$ . Esse tratamento não aparece na norma, e sua ausência induz a erros.

## ERROS ALEATÓRIOS E ERROS SISTEMÁTICOS NA ISO 3966

Outra questão a ser discutida é como a norma trata a combinação das incertezas devido a erros aleatórios com as incertezas devido a erros sistemáticos. Apresenta-se neste texto outra visão de composição destes erros, que é contrária à que a norma prescreve, como se verá.

A ISO 3966 no tópico 13.6.1, estabelece que:

*“Apesar da distinção entre erros "sistemáticos" e erros "aleatórios", a distribuição de probabilidade dos possíveis valores de cada componente sistemático é essencialmente gaussiana. **A combinação dos erros sistemáticos e aleatórios pode ser tratada como se todos fossem aleatórios**, e o desvio-padrão para os componentes sistemáticos podem ser obtidos pelo cálculo de um valor para os seus desvios-padrão na forma descrita em 13.4.2.”*

Se o usuário da norma utilizar estritamente esse trecho e considerar que a combinação de incertezas sistemáticas e aleatórias pode ser feita como se todas fossem aleatórias, na formulação da incerteza da velocidade de descarga, **irá sempre obter resultados de incerteza de vazão que podem ser incorretos do ponto de vista da estatística.**

Como a indicação da norma pode ser questionada e não há uma formulação explícita da incerteza da velocidade de descarga na norma, parece que isso acabou gerando uma certa padronização nos cálculos realizados no país, e que pode ser considerada incorreta, pois foi francamente adotado o conceito de considerar que as incertezas sistemáticas se comportam como se fossem aleatórias.

Apresenta-se neste artigo o desenvolvimento de um método para estimativa de incerteza de vazão que é melhor fundamentado estatisticamente que o trecho citado da ISO 3966, e coerente com a física do problema.

A seguir, serão discutidas questões necessárias para a elaboração desta metodologia. E mais adiante, é apresentada a formulação desta nova metodologia e a aplicação desta a algumas medições de vazão.

## SEPARAÇÃO ENTRE ERROS ALEATÓRIOS E SISTEMÁTICOS

Para determinar a incerteza da velocidade de descarga é essencial considerar os conceitos de erros aleatórios e erros sistemáticos, com suas diferenças dentro da metodologia de incerteza. Apesar da ISO 3966 apresentar os diversos erros envolvidos na medição de vazão, classificando-os de aleatórios ou sistemáticos ao longo de toda a norma, estes conceitos não são considerados dentro da metodologia de incerteza utilizada pela norma, que combina essas incertezas como se fossem idênticas.

A norma ISO GUM estabelece diretrizes gerais para avaliação e expressão de incerteza em medição. Esta foi desenvolvida pelo JCGM (Joint Committee for Guides in Metrology), reunindo todas as organizações relevantes de normas e o BIPM (Bureau International des Poids et Mesures). Desta forma, esta norma tem precedência “hierárquica” sobre a ISO 3966. Por isso, toda metodologia de incerteza da ISO 3966 assume premissas que estão contidas na ISO GUM.

A ISO GUM estabelece dois tipos de incerteza:

- **incerteza do tipo A** que corresponde à incerteza obtida através de uma análise estatística
- **incerteza do tipo B** que corresponde à incerteza obtida através de outros meios, fora os estatísticos.

**E tanto a incerteza devido a erros aleatórios quanto a incerteza devido a erros sistemáticos podem ser classificadas como incerteza do tipo A ou incerteza do tipo B, conforme aponta o tópico 3.3.3 da ISO GUM:**

A incerteza de uma correção de um efeito sistemático conhecido pode, em alguns casos, ser obtida por uma avaliação do Tipo A, enquanto que, em outros casos, por uma avaliação do Tipo B, podendo-se obter, do mesmo modo, a incerteza que caracteriza um efeito aleatório.

Outro ponto fundamental de discussão, é a lei de propagação da incerteza indicada pela ISO GUM para uma variável combinada  $y = f(X_1, X_2, \dots)$  que é dada por:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{i=j+1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j)$$

Onde  $x_i$  estima a quantidade  $X_i$  que possui uma incerteza associada  $u(x_i)$  e a incerteza combinada é a soma de dois termos. O primeiro termo corresponde à incerteza padrão multiplicada pelo coeficiente de sensibilidade. O segundo termo trata da covariância de variáveis correlacionadas e **não** está presente na ISO 3966. Este primeiro termo é explicado em detalhes na literatura, cursos sobre incerteza e o segundo termo já é tratado como um tópico avançado, e geralmente é ignorado. No caso específico, está sendo investigado a incerteza da velocidade de descarga que é uma variável combinada que está em função das velocidades locais  $V_{desc} = f(v_1, v_2, \dots)$ .

A correlação, presente no segundo termo, é um conceito chave que marca a distinção entre a incerteza devido a erros aleatórios e a incerteza devido a erros sistemáticos.

Na norma ISO 3966, é apresentada a formulação da incerteza considerando apenas o primeiro termo e desta forma, a norma presume o mesmo tratamento matemático para ambos tipos de incerteza e isto é **insuficiente** para estimar a incerteza da velocidade de descarga.

## CORRELAÇÃO

O termo incerteza indica a dispersão de distribuição possível de valores que uma medida pode ter. E são os **valores medidos** que são associados à correlação.

Se dois valores medidos possuem algum tipo de correlação associada a estes, então um erro de uma medição pode ajudar a prever o outro. Se um é alto, o outro também é. Tal correlação ocorre quando ambas medições são sensíveis a um mesmo efeito sistemático, como mostrado em parágrafo abaixo.

E quando ambas medições são sensíveis a apenas efeitos aleatórios, então um erro não é capaz de prever o outro. **Efeitos sistemáticos criam correlações associadas aos valores medidos** enquanto efeitos aleatórios não.

Estes conceitos são essenciais para a formulação da incerteza da velocidade de descarga.

Por exemplo, considerando os erros sistemáticos devido ao coeficiente de descarga  $C_d$  de um tubo de Pitot, é fácil notar que estes erros de medição são correlacionados entre as medições das velocidades locais. Uma maneira simples de compreender é supor um ensaio de vazão realizado com dois tubos de Pitot diferentes, com o primeiro tubo com um erro de coeficiente de descarga muito menor. Considerando que todas as velocidades locais em cada posição são realizadas com o primeiro tubo de Pitot, e depois, em um segundo momento, repetem-se as medições com o segundo tubo, o erro sistemático devido ao coeficiente de descarga irá aumentar para cada medição da velocidade local com o segundo tubo, em qualquer posição de medição. Em outras palavras, o erro devido ao coeficiente de descarga (que é sistemático) cria correlações entre as medições da velocidade local nas diferentes posições.

Para quantificar estes efeitos, é necessário partir de um modelo de erro de medição para desenvolver toda a formulação de incerteza da velocidade de descarga.

## PROPOSTA DE UM NOVO MODELO DE ERRO DE MEDIÇÃO

Erro é definido como a diferença entre o valor determinado experimentalmente e o valor verdadeiro da medição. Normalmente o valor verdadeiro é desconhecido. Desta forma, é necessário realizar uma estimação do erro para determinar a incerteza da medição.

A seguir, é apresentado um modelo simples de erro que possui apenas um erro aleatório e um erro sistemático.  $x_k$  é a k-ésima medição,  $x_o$  é o valor verdadeiro,  $\varepsilon_k$  é o erro aleatório da k-ésima medição e  $\beta$  é o erro sistemático.

$$x_k = x_o + \varepsilon_k + \beta$$

O erro aleatório contribui para dispersar o resultado da medição e este efeito é reproduzido neste modelo pois a cada medição diferente  $x_k$ , esta possui um erro aleatório  $\varepsilon_k$  diferente. Já o efeito sistemático  $\beta$  se repete em todas repetições de medição. O erro aleatório pode ser reduzido, se forem aumentados o número de medições realizadas, mas o erro sistemático não.

A partir deste modelo, um modelo de erro para a velocidade local foi proposto:

$$v_{1k} = v_{1true} + (\beta_{v_{1k}} + \gamma_{v_{1k}} + \dots) + (\varepsilon_{v_1} + \rho_{v_1} + \dots)$$

$$v_{2k} = v_{2true} + (\beta_{v_{2k}} + \gamma_{v_{2k}} + \dots) + (\varepsilon_{v_2} + \rho_{v_2} + \dots)$$

$$v_{3k} = v_{3true} + (\beta_{v_{3k}} + \gamma_{v_{3k}} + \dots) + (\varepsilon_{v_3} + \rho_{v_3} + \dots)$$

Onde:

$v_{1k}$  é k-ésima repetição da medição da velocidade local na primeira posição de medição do Pitot

$v_{1true}$  é o valor verdadeiro de  $v_1$

os termos à esquerda ( $\beta_{v_{1k}} + \gamma_{v_{1k}} + \dots$ ) são erros aleatórios tais como: erro devido à flutuação do diferencial de pressão, erro devido à flutuação leve de velocidade, etc...

os termos à direita ( $\varepsilon_{v_1} + \rho_{v_1} + \dots$ ) são os erros sistemáticos tais como: erro do coeficiente de descarga, erro devido ao gradiente de velocidade, etc...

É assumido que um erro sistemático de mesma natureza  $\epsilon$  pode assumir valores diferentes em cada posição de medição ( $\epsilon_{v_1}, \epsilon_{v_2}, \epsilon_{v_3}, \dots$ ), assim como o erro  $\rho$  e os demais erros sistemáticos.

Neste modelo de erro, os erros sistemáticos e aleatórios são tratados separadamente e, utilizando os conceitos de correlação, e é possível desenvolver uma formulação de incerteza estatisticamente mais sólida para incerteza da velocidade de descarga.

## UM MÉTODO CORRENTEMENTE UTILIZADO

Mais adiante, serão apresentados os resultados da aplicação deste novo método proposto.

Neste tópico, será apresentado e comentado um outro método de estimativa de incerteza que é bastante praticado no país. Os resultados da aplicação deste método utilizado por muitos serão apresentados e comparados com os resultados do novo método proposto.

Este método corrente no país parte de um modelo matemático diferente de velocidade de descarga para estimar a incerteza. Primeiramente, calcula-se a média dos diferenciais de pressão de cada posição e depois, calcula-se a velocidade de descarga através desta média:

$$\Delta p_{\text{médio}} = \frac{\Delta p_1 + \Delta p_2 + \dots + \Delta p_n}{n}$$

$$V_{desc} = C_d \sqrt{\frac{2\Delta p_{médio}}{\rho}}$$

E a partir deste modelo, aplica-se a seguinte lei de propagação de incerteza:

$$\sigma_{V_{desc}} = \left[ \left( \frac{\partial V_{desc}}{\partial C_d} \right)^2 * \sigma_{C_d}^2 + \left( \frac{\partial V_{desc}}{\partial \Delta p_{médio}} \right)^2 * \sigma_{\Delta p_{médio}}^2 + \left( \frac{\partial V_{desc}}{\partial \rho} \right)^2 * \sigma_{\rho}^2 + \sigma_f^2 + \sigma_c^2 + \sigma_t^2 + \sigma_g^2 + \sigma_{\phi}^2 + \sigma_b^2 \right]^{1/2}$$

Este modelo matemático da velocidade descarga que é utilizado para formular a incerteza destoa do modelo matemático que é definido pelo método log-linear. A velocidade de descarga não é definida pela média aritmética da velocidade como indica este método, mas é definida por um valor médio dos diferenciais de pressão medidos em cada posição.

### COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS DO NOVO MÉTODO PROPOSTO E DE UM MÉTODO CORRENTE

Na tabela abaixo, estão apresentadas as características gerais de cada um dos ensaios que foram analisados.

**Tabela 1 – Características dos ensaios analisados**

Ensaio	Diâmetro [mm]	Vel. de Descarga [m/s]	Vazão [m³/s]	Traverses
1	500	2,68	0,51	1
2	1000	0,57	0,45	1
3	1000	0,67	0,57	1
4	500	0,88	0,17	1
5	400	1,78	0,23	2
6	400	3,70	0,48	2
7	1800	0,67	1,73	2
8	1200	1,60	1,81	2

Na tabela abaixo, estão apresentados os resultados de incerteza expandida de vazão para cada método

**Tabela 2 – Resultados de incerteza expandida da vazão**

Ensaio	Incerteza Vazão		
	Novo Método	Um Método Corrente	Diferença Relativa %
1	2,06%	2,31%	-10,67%
2	1,90%	2,35%	-18,93%
3	1,53%	1,77%	-13,39%
4	2,06%	2,41%	-14,42%
5	1,88%	1,85%	1,65%
6	2,13%	2,26%	-5,77%
7	2,08%	2,24%	-7,11%
8	1,72%	2,16%	-20,48%

Nas tabelas a seguir, estão apresentados os balanços de incerteza com as respectivas distribuições de incerteza de cada fonte de erro, comparando os dois métodos.

**Tabela 3 – Balanço de incertezas para o ensaio 1.**

<b>Ensaio 1</b>	Distribuição entre as fontes de Incerteza da Vazão	
	Novo Método	Um Método Corrente
Fonte de erros		
Pressão diferencial (tipo A)	1,10%	17,04%
Pressão diferencial (tipo B)	0,0001%	0,0001%
Densidade	0,04%	0,04%
Coefficiente de descarga	54,92%	46,31%
Gradiente de velocidade	2,11%	1,82%
Inclinação do tubo de Pitot	2,11%	1,82%
Correção da blocagem	0,01%	0,01%
Leve Flutuação da Velocidade	0,94%	0,81%
Turbulência	23,46%	20,21%
Trena	1,32%	1,03%
Incrustação	11,86%	9,24%
Posicionamento do tubo Pitot	0,23%	0,19%
Qtde insuficientes de pontos medição	0,94%	0,75%
Técnica de integração	0,94%	0,75%

**Tabela 4 – Balanço de incertezas para o ensaio 2.**

<b>Ensaio 2</b>	Distribuição entre as fontes de Incerteza da Vazão	
	Novo Método	Um Método Corrente
Fonte de erros		
Pressão diferencial (tipo A)	2,39%	30,62%
Pressão diferencial (tipo B)	1,149%	0,68%
Densidade	0,05%	0,04%
Coefficiente de descarga	56,51%	39,91%
Gradiente de velocidade	2,48%	1,82%
Inclinação do tubo de Pitot	2,48%	1,82%
Correção da blocagem	0,003%	0,004%
Leve Flutuação da Velocidade	1,10%	0,81%
Turbulência	27,59%	20,23%
Dispersão da velocidade	0,00%	0,00%

Trena	0,37%	0,24%
Incrustação	3,37%	2,19%
Posicionamento do tubo Pitot	0,28%	0,18%
Qtde insuficientes de pontos medição	1,10%	0,73%
Técnica de integração	1,10%	0,73%

**Tabela 5 – Balanço de incertezas para o ensaio 3.**

Ensaio 3	Distribuição entre as fontes de Incerteza da Vazão	
	Novo Método	Um Método Corrente
Fonte de erros		
Pressão diferencial (tipo A)	1,71%	23,92%
Pressão diferencial (tipo B)	0,79%	0,54%
Densidade	0,08%	0,06%
Coefficiente de descarga	36,31%	28,67%
Gradiente de velocidade	3,83%	2,95%
Inclinação do tubo de Pitot	3,83%	2,95%
Correção da blocagem	0,003%	0,02%
Leve Flutuação da Velocidade	1,70%	1,31%
Turbulência	42,61%	32,78%
Trena	0,53%	0,39%
Incrustação	4,76%	3,53%
Posicionamento do tubo Pitot	0,43%	0,32%
Qtde insuficientes de pontos medição	1,70%	1,28%
Técnica de integração	1,70%	1,28%

**Tabela 6 – Balanço de incertezas para o ensaio 4**

Ensaio 4	Distribuição entre as fontes de Incerteza da Vazão	
	Novo Método	Um Método Corrente
Fonte de erros		
Pressão diferencial (tipo A)	1,85%	25,76%
Pressão diferencial (tipo B)	0,34%	0,24%
Densidade	0,04%	0,03%
Coefficiente de descarga	54,04%	41,99%
Gradiente de velocidade	2,12%	1,56%
Inclinação do tubo de Pitot	2,12%	1,56%
Correção da blocagem	0,01%	0,01%
Leve Flutuação da Velocidade	0,94%	0,69%
Turbulência	23,53%	17,36%
Trena	1,29%	0,92%

Incrustação	11,61%	8,31%
Posicionamento do tubo Pitot	0,24%	0,17%
Qtde insuficientes de pontos medição	0,94%	0,69%
Técnica de integração	0,94%	0,69%

**Tabela 7 – Balanço de incertezas para o ensaio 5**

<b>Ensaio 5</b>	Distribuição entre as fontes de Incerteza da Vazão	
	Novo Método	Um Método Corrente
Fonte de erros		
Pressão diferencial (tipo A)	0,68%	8,31%
Pressão diferencial (tipo B)	0,03%	0,03%
Densidade	0,05%	0,06%
Coefficiente de descarga	37,92%	27,19%
Gradiente de velocidade	2,56%	2,89%
Inclinação do tubo de Pitot	2,56%	2,89%
Correção da blocagem	0,02%	0,02%
Leve Flutuação da Velocidade	1,14%	1,28%
Turbulência	28,42%	32,11%
Trena	2,35%	2,36%
Incrustação	21,19%	21,26%
Posicionamento do tubo Pitot	0,28%	0,29%
Qtde insuficientes de pontos medição	1,14%	1,17%
Técnica de integração	1,14%	0,12%

**Tabela 8 – Balanço de incertezas para o ensaio 6**

<b>Ensaio 6</b>	Distribuição entre as fontes de Incerteza da Vazão	
	Novo Método	Um Método Corrente
Fonte de erros		
Pressão diferencial (tipo A)	0,48%	5,85%
Pressão diferencial (tipo B)	0,00003%	0,00002%
Densidade	0,04%	0,04%
Coefficiente de descarga	52,33%	50,56%
Gradiente de velocidade	1,99%	1,98%
Inclinação do tubo de Pitot	1,99%	1,98%
Correção da blocagem	0,02%	0,02%
Leve Flutuação da Velocidade	0,88%	0,88%
Turbulência	22,08%	21,99%

Trena	1,82%	1,57%
Incrustação	16,38%	14,13%
Posicionamento do tubo Pitot	0,22%	0,20%
Qtde insuficientes de pontos medição	0,88%	0,78%
Técnica de integração	0,88%	0,02%

**Tabela 9 – Balanço de incertezas para o ensaio 7**

Ensaio 7	Distribuição entre as fontes de Incerteza da Vazão	
	Novo Método	Um Método Corrente
Fonte de erros		
Pressão diferencial (tipo A)	0,96%	11,41%
Pressão diferencial (tipo B)	0,93%	0,76%
Densidade	0,04%	0,04%
Coefficiente de descarga	66,75%	59,86%
Gradiente de velocidade	2,09%	1,87%
Inclinação do tubo de Pitot	2,09%	1,87%
Correção da blocagem	0,001%	0,001%
Leve Flutuação da Velocidade	0,93%	0,83%
Turbulência	23,18%	20,75%
Trena	0,10%	0,08%
Incrustação	0,86%	0,73%
Posicionamento do tubo Pitot	0,23%	0,20%
Qtde insuficientes de pontos medição	0,93%	0,80%
Técnica de integração	0,93%	0,80%

**Tabela 10 – Balanço de incertezas para o ensaio 8**

Ensaio 8	Distribuição entre as fontes de Incerteza da Vazão	
	Novo Método	Um Método Corrente
Fonte de erros		
Pressão diferencial (tipo A)	2,87%	23,20%
Pressão diferencial (tipo B)	2,88%	1,72%
Densidade	0,06%	0,04%
Coefficiente de descarga	46,67%	44,06%
Gradiente de velocidade	3,05%	2,00%
Inclinação do tubo de Pitot	3,05%	2,00%
Correção da blocagem	0,002%	0,001%
Leve Flutuação da Velocidade	1,35%	0,89%

Turbulência	33,86%	22,18%
Trena	0,32%	0,20%
Incrustação	2,85%	1,79%
Posicionamento do tubo Pitot	0,34%	0,21%
Qtde insuficientes de pontos medição	1,35%	0,86%
Técnica de integração	1,35%	0,86%

## DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Ressalte-se que a **incerteza devido à distorção do perfil de velocidades não** foi considerada nestas análises. Esta incerteza está associada ao erro quando o escoamento não é plenamente desenvolvido e assim, o perfil de velocidades sofre distorções devido a singularidades e topologia da tubulação tais como: proximidade a válvulas, bombas, mudança de direção da tubulação, diferenças de níveis, cotovelos, etc. Um artigo realizado por este mesmo grupo de pesquisa que trata detalhadamente este tipo de incerteza está presente neste mesmo congresso, intitulado de *Perfis de velocidades distorcidos na medição com o tubo de Pitot*.

Na comparação dos resultados do novo método com um dos métodos correntes, os resultados do novo método apresentaram menores valores de incerteza do que os do método corrente em todos os casos. A maior diferença observada foi em torno de 20% e a menor em torno de 6%.

Observando a comparação entre a distribuição de incerteza de cada método, nota-se que a fonte de incerteza que mais contribuiu para esta diferença foi a incerteza devido ao erro aleatório do diferencial de pressão. Geralmente, a contribuição desta fonte de erro em um dos métodos correntes foi de uma ordem de grandeza maior que o valor no novo método. A maior diferença de contribuição foi nos resultados do ensaio dois: 2,39% no novo método e 30,62% no método corrente.

Em relação a outras contribuições de fontes de incerteza, os valores entre o método novo e o método corrente ficaram próximos.

## CONCLUSÕES

Cumprindo os objetivos do projeto de investigação para melhorar a análise de incerteza em medição, visando em última análise melhorar a confiabilidade das medições em medidores de vazão de grande porte, foram realizados estudos e ensaios com os novos métodos desenvolvidos.

Foi inicialmente explicitada e desenvolvida a formulação para a estimativa da incerteza da velocidade de descarga da norma ISO 3966, que não é apresentada na norma e que é essencial para estimar a incerteza de vazão.

Foi desenvolvido em seguida um novo método de estimativa de incerteza para a velocidade de descarga, por meio de um modelo de erro para essa velocidade que distingue erros aleatórios e erros sistemáticos. A norma 3966 simplifica ao extremo essa questão, considerando que o tratamento é o mesmo para os casos de erros sistemáticos e aleatórios, o que é incorreto. Para o desenvolvimento do método, mostrou-se necessário recorrer à conceitos mais avançados de estatística que não estão presentes na norma ISO 3966 e não são abordados com detalhes na norma ISO GUM.

A abordagem foi bem sucedida no sentido de propor uma padronização no método de estimativa de incerteza da vazão, pois torna explícitas as hipóteses a serem utilizadas e mostra a necessidade de um tratamento estatístico preciso no tratamento das variáveis aleatórias e sistemáticas, mostrado em detalhe neste artigo.

Na comparação deste novo método com um método empregado correntemente no país, foi mostrado que, nos ensaios realizados, com diâmetros, velocidades médias e traverses diferentes houve modificação dos valores de incerteza em todos cenários. Um próximo passo necessário é comparar os resultados obtidos com este novo método aplicado a resultados obtidos com métodos que são empregados por outros grupos.

Os estudos continuam com investigações mais aprofundadas nos termos de incertezas normalmente negligenciados nas análises, entre os quais a incerteza derivada da distorção dos perfis de velocidade, objeto de artigo inicial apresentado também nesse congresso.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ISO GUM, *Guide for the Expression of Uncertainty*, 2008.
2. ISO 5168, *Measurement of fluid flow – Procedures for the evaluation of uncertainties*, 2005.
3. ISO 3966. *Measurement of fluid flow in closed conduits – Velocity area Methods using Pitot static tubes*, 2008.
4. M. GRABE, Estimation of measurement uncertainties – an alternative to the ISO guide, *Metrologia* 38 (2001) 97–106.
5. HUGH W. COLEMAN, Engineering Application of Experimental Uncertainty Analysis, *AIAA JOURNAL* Vol. 33, No. 10, October 1995.
6. F. ATTIVISSIMO, Systematic errors and measurement uncertainty: An experimental approach, 2001.
7. M. GRABE, *Measurement Uncertainties in Science and Technology*, Springer, 2005.
8. CLAY INSTITUTE - <https://www.claymath.org/millennium-problems>, verificado em maio de 2021