

CORRELAÇÃO FATOR DE ATRITO “f” DE DARCY- WEISBACH COM O FATOR “C” DE HANZEN-WILLIAMS

Geraldo P. S. Lamon – Doutorando pela PUC – BH-MG

RESUMO

A fórmula de Darcy, aplicada na hidráulica, transportando água, leva em consideração o tipo, natureza e o estado da parede interna do tubo. Darcy, depois de muito estudo e principalmente observações foi o primeiro a apresentar um estudo e, uma fórmula que resumisse uma perda de pressão, fórmula proposta em 1845. Já, Hazen & Williams, propôs sua fórmula em 1920, onde a perda de carga por atrito não dependia da velocidade, diâmetro da tubulação, dependendo apenas da rugosidade encontrada na tubulação conduzindo a água.

INTRODUÇÃO

O FATOR “f” DARCY

Há anos, provavelmente até mesmo antes de Darcy, estudos e pesquisas foram conduzidas com o interesse de relacionar perdas por razões da viscosidade do fluido e, principalmente correlacionada com a aspereza ou rugosidade da parede interna do tubo. Nenhum outro cientista, até aquele momento, não apresentou uma expressão mais eficiente, prática e mais utilizada universalmente, que a fórmula de Darcy-Weisbach, proposta em 1845, enunciada como:

$$H_f = f \cdot \frac{L \cdot V^2}{2g \cdot D} \text{ onde01}$$

$H_f = dP$, perda de carga ao longo da tubulação (mCA)

f = Fator de atrito – (adimensional)

L = Comprimento da tubulação (m)

V = Velocidade do fluido na tubulação (m/s)

D = Diâmetro interno da tubulação (m)

g = Aceleração da gravidade local (m/s²)

O fator de atrito “f”, hoje pode ser obtido através de tabelas ou por meio do diagrama de Moody. Mesmo tendo o diagrama de Moody em mãos, achar o fator “f” não é

simples, pois, para tal, carecemos em saber ou medir a rugosidade do tubo e ainda calcular o número de Reynolds para depois aplicar o diagrama. Diante desse fato, às vezes complicado, mais fácil é medir diretamente, com equipamentos eletrônicos a perda de carga “dP” entre dois pontos conhecidos e, com o mesmo equipamento ou com qualquer outro auxiliar, medir a velocidade e, então achar o “f” pela fórmula de Darcy-Weisbach.

$$f = \frac{2.g.D.dP}{L.V^2} \quad D \text{ e } L \text{ são grandezas físicas de fácil medição02}$$

O FATOR “C” DE HANZEN

$$\text{Equação de Hanzen \& Williams } J = 10,6435 \times \frac{Q^{1,852}}{C^{1,852}} \times \frac{L}{D^{4,87}} \text{03}$$

$$Q^{1,852} = \frac{J \cdot C^{1,852} \cdot D^{4,87}}{10,6435 \cdot L} \text{04}$$

Ou

$$Q = 0,279 \times C \times D^{2,83} \times J^{0,54} \text{05}$$

Equação calculada por calculadora científica

J = Perda de carga unitária (m/m)

Q = Vazão medida (m³/s)

C = Fator “C” de Hanzen-Williams (adimensional).

PROPRIDADE

A fórmula ou equação de Hanzen-Williams é uma das mais recentes entre todas as demais desenvolvidas para finalidades semelhantes. Ela foi estudada, formulada e apresentada no ambiente hidráulico, segundo relato de alguns autores, na data de 1905. Já outros autores afirmam, a data de 1920. O se pode inferir é que a equação em termos de cálculo ou mesmo para dimensionamento de tubulações é, uma das mais usadas por projetistas de rede de distribuição e abastecimento de água. A fórmula de Hanzen-Williams funciona muito bem, com boa exatidão nos cálculos para tubulações de 50 a 1500 milímetros de diâmetros, com velocidades a partir do início

de uma vazão turbulenta até os 3,50 a 4,00 m/s. O escoamento turbulento, para água, começa a partir de um número de Reynolds +/-3000 o que se sugere uma velocidade de +/- 0,03 a 3,50 m/s. O limite 0,03 a 3,5 é muito das vezes referido com o propósito de se evitar maior desgaste prematuro na tubulação. Todavia, um fator bem mais importante no projeto é, seu custo-benefício, entre os gastos na implantação física de um sistema hidráulico de distribuição, e a própria perda de energia no transporte do fluido, nesse caso a água. Os projetistas sabem que a velocidade mais econômica entre custo de uma instalação física, “lançamento de rede”, e o custo da perda de energia no transporte da água, está entre 1,5 a 2,0 m/s. Desta forma, no projeto de uma rede de transporte ou distribuição de água, calcula-se o diâmetro da rede para operar com velocidade ótima em torno de 1,5 m/s a 2,0 m/s.

SEMELHANÇA MECANICA PARA FLUIDOS

Um escoamento de água em um tubo circular é semelhante ao escoamento de ar, por exemplo, em outro tubo circular, desde que o fator “**C**” seja igual. Fator “**C**” pode em última instancia ter uma interpretação parecida com a relação “ e/D ”, apesar da disparidade de valor numérico.

e = Rugosidade medida em metro, equivalente a uma altura da aspereza interna do tubo (m)

D = Diâmetro interno do tubo (m).

Hazen-Williams também definiu o que chamou de perda de carga unitária “**J**”, ou seja, um valor adimensional que considera a perda de energia ou pressão, em metro de coluna de água por cada metro linear de tubulação, então;

$$\mathbf{J = dP/L} \dots\dots\dots 06$$

Tanto a fórmula de Darcy-Weisbach, quanto a de Hazen-Williams, tratam de perdas de energia em tubulação transportando fluido. Na fórmula de Darcy, o “**f**” é o fator mais importante, assim como, o “**C**” na fórmula de Hazen-Williams. Assim sendo,

$$H_f = dP \text{ (mCA).}$$

$$dP = f \cdot \frac{L \cdot V^2}{2g \cdot D} = f \cdot \frac{L \cdot Q^2}{12,102 \cdot D^5} \quad \text{- Darcy-Weisbach07}$$

$$dP = 10,6435 \times (Q/C)^{1,852} \times \frac{L}{D^{4,871}} \quad \text{Hanzen-Williams08}$$

f = Valor adimensional encontrado em tabela para os variados tipos de tubo novo e tubo velhos.

dP, **L**, **V**, **D**, **Q** são variáveis medidas por instrumentos eletrônicos ou físico.

C = Também pode ser encontrado em tabelas ou facilmente medido em tubulação com escoamento, com o uso de equipamento eletrônico.

Vazão, velocidade, diâmetro e comprimento, podem-se perfeitamente medir facilmente com equipamento eletrônico e físico. Conhecendo “**f**”, cálculo “**C**” ou vice-versa.

Exemplos;

Tubo de ferro fundido, novo de 0,3 metros de diâmetro, transportando água, $Q = 0,1 \text{ m}^3/\text{s}$ ou $1,415 \text{ m/s}$, numa distância $L = 1000$ metros. Pela tabela do livro “manual de hidráulica, página 145, temos para o ferro fundido novo um $f = 0,021$, então pela forma de Darcy-weisbach,

$$dP = f \cdot \frac{L \cdot V^2}{2g \cdot D} = 0,021 \cdot \frac{1000 \cdot 2,002}{19,61 \cdot 0,3} = \frac{42,042}{5,883} = 7,1463 \text{ mCA.}$$

Calculando também pela segunda fórmula de Darcy, segue;

$$dP = \frac{0,021 \cdot 1000 \cdot 0,01}{12,102 \cdot 0,00243} = \frac{0,21}{0,0294078} = 7,141 \text{ mCA}$$

Para esse mesmo tubo de ferro fundido, a tabela indica um fator “**C**” 121, então,

$$dP = \frac{10,6431 \cdot 1000 \cdot 0,1^{1,852}}{121^{1,852} \cdot 0,3^{4,871}} = \frac{149,647}{20,435} = 7,324 \text{ mCA} \quad \text{- Hanzen-Williams}$$

Como pode ser observado, tubulação de 0,3 metros, nova, a perda de carga em 1000 metro foi apenas de 0,183 metros. Obviamente, nesse caso estamos com uma tubulação nova. Mais a frente use-se uma tubulação mais velha onde a perda vai ser bem maior.

Exemplo;

Em uma mesa hidráulica com tubulação de PVC, novo, de 104 milímetros de diâmetro interno, com água circulando numa vazão de 0,0142 m³/s e com um **dP**, medido igual a 0,048 mCA entre dois pontos, com L = 2,81 metros, calcula-se;

Cálculo de “**f**” pela fórmula de Darcy.

$$f = \frac{dP \cdot 2g \cdot D}{L \cdot V^2} = \frac{12,102 \cdot dP \cdot D^5}{L \cdot Q^2} = 0,0125$$

Para o mesmo tubo, de PVC, nas mesmas condições, calculando o fator “**C**”, pela fórmula de Hazen-Williams encontraremos “**C**” = 181. O fator “**C**” não depende da vazão, velocidade ou diâmetro, dentro do intervalo já referido. Ele será sempre constante. Já o fator de atrito “**f**”, depende da velocidade, diâmetro da tubulação e rugosidade. Como exemplo, cita-se o mesmo tubo de PVC de 104 milímetros, incrustado internamente com areia classificada ou peneirada. Medindo o fator “**C**” do tubo, encontrar-se-á um “**C**” = +/-75. Incrustando com a mesma areia, outro novo tubo de PVC, com 600 milímetros de diâmetro, ao se medir o fator “**C**”, com certeza se encontrará o mesmo fator “**C**” = +/-75.

CORRELAÇÃO ENTRE “f” DE DARCY E O FATOR “C” DE HANZEN-WILLIAMS.

$$dP = f \cdot \frac{L \cdot V^2}{2g \cdot D} \quad \text{ou} \quad f \cdot \frac{L \cdot Q^2}{12,102 \cdot D^5} \quad \text{Darcy-Weisbach}$$

$$dP = 10,6435 \cdot (Q/C)^{1,852} \cdot \frac{L}{D^{4,871}} \quad \text{Hazen-Williams}$$

O fator “**C**” dentro de uma faixa de velocidade turbulenta, próxima de 0,03 a 4,0 m/s, tem os valores de “**C**” bem assertivos e constante, sem depender do diâmetro, velocidade e rugosidade, já fator “**f**”, de atrito, sofre variações dependentes da velocidade, diâmetro e naturalmente, rugosidade. Dessa forma, podemos encontrar variações nos valores calculados para um **dP** de Darcy em relação ao **dP** de Hazen-Williams.

Exemplo:

Tubulação nova, de aço com diâmetro de 0,30 metros, transportando água a uma velocidade de 1,50 m/s. Pela tabela, Azevedo Netto, “f” indicado é de 0,021.

Então;

$$dP = \frac{0,021 \cdot L \cdot 1,5^2}{19,61 \cdot 0,3} = \frac{0,021 \cdot L \cdot Q^2}{12,102 \cdot D^5} = \text{Darcy-Weisbach}$$

$$dP = \frac{10,6435 \cdot L \cdot 0,106^{1,852}}{C^{1,852} \cdot 0,3^{4,871}} = \text{Hanzen-Williams}$$

O fator “C” dentro de uma faixa de velocidade turbulenta, de 0,03 a 4,0 m/s tem os valores de “C” bem assertivos, sem depender do diâmetro e velocidade, senão, somente da rugosidade, enquanto, o fator “f” de atrito sofre variações, que vai dependente do diâmetro, velocidade e rugosidade. Dessa forma, pode-se encontrar variações nos valores, quando conhecemos um fator e queremos determinar o outro pela correlação.

Então;

$$dP = \frac{0,021 \cdot L \cdot 1,50^2}{2g \cdot 0,3} = \text{Darcy} \dots\dots\dots \frac{10,6435 \cdot L \cdot 0,106^{1,852}}{C^{1,852} \cdot 0,3^{4,871}} = \text{Hanzen}$$

$$L = 1,0 \text{ metro}$$

$$\frac{0,021 \cdot 1 \cdot 1,5^2}{19,61 \cdot 0,3} = 0,0080316 \text{ metro} = 8,0316 \text{ milímetros} = \text{Darcy}$$

$$\frac{10,6435 \cdot 1 \cdot 0,106^{1,852}}{C^{1,852} \cdot 0,3^{4,871}} = \frac{0,16670588}{C^{1,852} \cdot 0,00283829} = \frac{58,73462}{C^{1,852}} = \text{Hanzen}$$

$$0,0080316 = \frac{58,73462}{C^{1,852}}$$

$$0,0080316 \cdot C^{1,852} = 58,73462$$

$$C^{1,852} = 7312,9414$$

$$\ln(C^{1,852}) = \ln(7312,9414)$$

$$1,852 \cdot \ln(C) = 8,897400$$

$$\ln(C) = 4,804212$$

$$C = e^{4,804212}$$

$$C = 122,02$$

Com “C” determinado, calcula-se o $dP = 10,6435 \cdot \left(\frac{Q}{C}\right)^{1,852} \cdot \frac{1}{D^{4,871}}$

$$10,6435 \cdot \frac{0,01566}{7312,906} \cdot \frac{1}{0,002838} = 10,6435 \cdot 0,000002141 \cdot 352,3608 = 0,008029 \text{ metro}$$

$$0,008029 \text{ metro} = 8,029 \text{ milímetros}$$

Obs.

Para esse mesmo tubo, o valor sugerido nos manuais, seria um fator “C” entre 120 à 125.

Para uma questão inversa, considerando um “C”=122, determinar “f”, com L=1 metro

$$\frac{f \cdot L \cdot 1,5^2}{19,61 \cdot 0,3} = \text{Darcy} \dots\dots\dots \frac{10,6435 \cdot L \cdot 0,106^{1,852}}{122^{1,852} \cdot 0,34,871} = \text{Hanzen}$$

$$\frac{f \cdot 2,25}{5,883} = f \cdot 0,3824579 = 0,008029$$

$$f = 0,0210$$

Como já mencionado, a maior vantagem da fórmula de Hanzen-Williams é que o coeficiente “C” depende somente da rugosidade da tubulação, representada por um número puramente absoluto. Já o “f” de Darcy-Weisbach é também um número puro, porém, esse número depende mais profundamente do diâmetro do tubo sua rugosidade e sua velocidade.

Tomando por base o mesmo tubo de ferro fundido de 0,30 metro, mencionado anteriormente, transportando 100 l/s de água na temperatura ambiente. Qual será a perda de carga em 1000 metros linear de tubo, considerando fator de atrito “f” = 0,026 e um fator “C” = 90. Nesse exemplo, como o fator de atrito aumentou, logicamente o fator “C” diminuiu.

- a) Usando a fórmula de Darcy-Weisbach,
- b) Usando a fórmula de Hanzen-Williams,

Solução;

$$a) V = Q/A = 1,415 \text{ m/s} \quad dP = \frac{0,026 \cdot 1000 \cdot 1,415^2}{19,61 \cdot 0,3} \quad dP = 8,849 \text{ metros}$$

$$\text{b) } dP = \frac{10,6435 \cdot 1000 \cdot 0,10^{1,852}}{C^{1,852} \cdot 0,30^{4,871}} = \frac{149,6527}{11,8113} \quad dP = 12,670 \text{ metros}$$

Como pode ser observado, com a fórmula de Darcy, o “**dP**” foi menor, enquanto na fórmula Hazen-Williams, onde o “**dP**”, foi maior, com 3,821 metros de diferença, como era esperado.

Obs.

Segundo Professor Azevedo Netto, nas suas palavras, (Manual de Hidráulica); “O coeficiente “**f**”, que pelo visto acaba sendo uma função da rugosidade do tubo, da viscosidade e da densidade do líquido, da velocidade e do diâmetro, apesar de todas as pesquisas a respeito, não teve seu valor estabelecido através de uma fórmula. Assim, seu valor será sempre obtido de tabelas e gráficos, onde são anotados pontos observados na prática e por experiências, onde são interpolados os valores intermediários, com a limitação de que corresponde a determinada situação de temperatura, rugosidade etc., difíceis de reproduzirem exatamente, Tais dificuldades, no entanto, não devem ser tomadas como invalidação do método, que atende muito bem as necessidades normais da engenharia, mas como campo aberto a pesquisa e desenvolvimento para que se chegue, a resultados teóricos os mais próximos da realidade, ampliando a aplicação da hidráulica”.

Obviamente, fator de atrito “**f**” aumentando, fator “**C**” diminui. Na lógica dos números absolutos, “**f**” aumenta caracterizando maior rugosidade aparente, então o fator “**C**” diminui, também caracterizando maior rugosidade.

Referências Bibliográficas:

Netto, Azevedo - **Manual de Hidráulica** 8ª Edição atualizada – Editora Edgard Blucher Ltda

Viana, Marcos Rocha – **Mecânica dos Fluidos** 4ª Edição - ABES Imprimatur, Artes Ltda – BH – MG

J.K. Vennard, - **Elementary Fluid Mechanics** 4^a Edition

Ronald V. Giles – **Mecânica dos Fluidos e Hidráulica** Coleção Schaum Trauzido por Sergio dos Santos Borde

Stephenson – Pipeline Design for Water Engineers Elsevier, Amsterdam

Streeter, V. L. – Fluid mechanics – McGraw Hill of Brazil, São Paulo.

Principles and Practices of Flow Meter Engineering. L. K. Spink – The Foxboro Company. Foxboro, Massachusetts, USA

Streeter, V, L. – The Kinetic and Momentum Correction for Pipe. Civil Engineering - Vol. 12, No, 4, p. 212

B.S.E.N – 7425 - Selection and Application of Flowmeters for the Measurement of Fluid Flow in Closed Conduits – British Standards, U.K